

Dynamik des Zerfalls von Inversionswänden in einem nematischen flüssigen Kristall

G. Hepke und F. Schneider

Institut für Anorganische und Analytische Chemie und
Iwan N. Stranski-Institut für Physikalische und Theoretische Chemie der TU Berlin

(Z. Naturforsch. **29 a**, 1356–1366 [1974]; eingegangen am 5. Juli 1974)

Dynamics of the Annihilation of Inversion Walls in a Nematic Liquid Crystal

Inversion walls are generated by rotating the direction of a magnetic field by 180° with respect to the director in the homeotropically aligned nematic layer. A numerical procedure based on the Leslie-Ericksen theory allows for the calculation of the dynamic behaviour of the inversion walls. Experimental results obtained with MBBA by electric conductivity measurements show satisfying agreement with theory.

1. Einleitung

Die in nematischen flüssigen Kristallen vorliegende Orientierung des Direktors lässt sich durch Einwirkung äußerer Felder deformieren. Einen besonderen Typ derartiger elastischer Deformationen bilden die zuerst von Helfrich¹ theoretisch beschriebenen Inversionswände, die Flächen darstellen, in deren Umgebung sich die Orientierung des Direktors um 180° ändert. Ähnliche Inversionswände beobachtet man beispielsweise auch in ferromagnetischen Stoffen.

Eine Methode zur Erzeugung von Inversionswänden, die parallel zur Probenbegrenzung einer dünnen nematischen Schicht liegen, besteht darin, die Richtung eines Magnetfeldes, das parallel zum Direktor einer durch Randorientierung homöotrop ausgerichteten Probe liegt, um 180° zu drehen². Bei genügender Stärke des Magnetfeldes dreht sich der Direktor in der Mitte der Probe ebenfalls nahezu um 180° , während an der Probenbegrenzung die ursprüngliche Orientierung erhalten bleibt, so daß zwei parallel zur Schicht liegende Inversionswände entstehen. Auch bei von 180° abweichenden Drehwinkeln werden Deformationen erzeugt, die im Feldbild des Direktors Polstellen aufweisen und damit die Lage einer ausgezeichneten Fläche definieren, die im folgenden in Erweiterung des obigen Begriffs ebenfalls als Inversionswand bezeichnet werden soll.

Theoretische Untersuchungen^{3, 4} zeigen, daß für Drehwinkel unter 180° die Inversionswände bei genügender Magnetfeldstärke metastabile Deforma-

tionen darstellen. Unterhalb einer Grenzfeldstärke, die bei 180° gegen unendlich strebt, werden die Inversionswände instabil. Sie wandern langsam aufeinander zu und vernichten sich beim Aufeinandertreffen in der Mitte der Probe gegenseitig.

Eine theoretische Beschreibung der Dynamik des Verhaltens instabiler Inversionswände erfordert die Lösung der hydrodynamischen Grundgleichungen^{5, 6} nematischer flüssiger Kristalle unter den vorliegenden Randbedingungen. Die bisher angegebenen Lösungsverfahren zur Ermittlung der Zeitabhängigkeit feldinduzierter Deformationen beschränken sich entweder auf kleine Deformationen, bei denen lineare Näherungen verwendet werden können^{7–9}, oder es werden spezielle Deformationen untersucht¹⁰, deren zeitliche Änderung nicht von der im allgemeinen Fall auftretenden Flüssigkeitsbewegung¹¹ begleitet ist. Da diese Lösungsmethoden auf den vorliegenden Fall nicht angewendet werden können, wird ein allgemeines Verfahren zur Berechnung des dynamischen Verhaltens von Deformationen auf numerischer Basis entwickelt.

Die experimentellen Untersuchungen werden anhand der Messung der elektrischen Leitfähigkeit der Probe durchgeführt¹². Das zeitliche Verhalten der elektrischen Leitfähigkeit und speziell die Wanderungszeit der Inversionswände werden mit den theoretisch ermittelten Werten verglichen. Weitere Zerfallsmechanismen, mit denen sich auftretende Abweichungen erklären lassen, werden diskutiert.

Sonderdruckanforderungen an Dr. F. Schneider, Iwan N. Stranski-Institut für Physikal. und Theoret. Chemie der

Technischen Universität Berlin, D-1000 Berlin 12, Straße des 17. Juni 112.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

2. Theorie

Im folgenden soll die zeitliche Änderung einer durch ein Magnetfeld erzeugten Deformation in einer unendlich ausgedehnten nematischen Schicht untersucht werden, die am Rand durch zwei planparallele Probenbegrenzungen homöotrop orientiert ist. Vorausgesetzt wird, daß zeitliche Änderungen der Magnetfeldrichtung nur um eine parallel zur Probenbegrenzung liegende Achse erfolgen.

Grundlage der Berechnung bilden die von Leslie⁵ und Ericksen⁶ aufgestellten hydrodynamischen Grundgleichungen in der von der Orsaygruppe¹³ angegebenen Form. Die erste der Grundgleichungen beschreibt das Gleichgewicht der Drehmomente auf den Direktor, die zweite das Gleichgewicht der auf das Flüssigkeitsvolumen ausgeübten Kräfte

$$I \frac{d}{dt} [\mathbf{n} \times (\mathbf{dn}/dt)] = \mathbf{n} \times \mathbf{h} - \boldsymbol{\Gamma} \quad (1)$$

$$\varrho dv_i/dt = \partial \sigma_{ji}/\partial x_j. \quad (2)$$

Die hier und in den weiteren Gleichungen verwendeten Symbole haben folgende Bedeutung:

\mathbf{n}	Direktor ($\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1$)
\mathbf{N}	Relativgeschwindigkeit des Direktors
φ	Deformationswinkel
\mathbf{v}	Strömungsgeschwindigkeit
\mathbf{A}	Deformationsgeschwindigkeitstensor
p	hydrostatischer Druck
σ	Spannungstensor
$\boldsymbol{\Gamma}$	viskoses Drehmoment
\mathbf{h}	molekulares Feld
\mathbf{H}	Magnetfeld
Θ	Magnetfeldrichtung
χ_a	anisotroper Teil der magnetischen Volumensuszeptibilität
k_{11}, k_{22}, k_{33}	Elastizitätskoeffizienten für Querbiegung, Verdrillung und Längsbiegung
γ_1, γ_2	Viskositätskoeffizienten
α_1 bis α_6	Viskositätskoeffizienten
I	Trägheitsmomentdichte des Direktors
ϱ	Dichte
δ_{ij}	Kroneckersches Symbol

Das in Gl. (1) auftretende molekulare Feld \mathbf{h} beruht auf den anisotropen magnetischen und elastischen Eigenschaften des nematischen flüssigen Kristalls:

$$\begin{aligned} \mathbf{h} = & k_{11} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{n} - k_{22} \{ (\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n}) \operatorname{rot} \mathbf{n} + \operatorname{rot} [(\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n}) \mathbf{n}] \} \\ & + k_{33} \{ (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n}) \times \operatorname{rot} \mathbf{n} + \operatorname{rot} [\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})] \} + \chi_a (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (3)$$

Das viskose Drehmoment

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{n} \times (\gamma_1 \mathbf{N} + \gamma_2 \mathbf{A} \mathbf{n}) \quad (4)$$

wird einerseits durch die auf die Flüssigkeit bezogene Drehung \mathbf{N} des Direktors

$$\mathbf{N} = d\mathbf{n}/dt - \frac{1}{2} (\operatorname{rot} \mathbf{v}) \times \mathbf{n} \quad (5)$$

und andererseits durch die Scherung der nematischen Flüssigkeit bedingt. \mathbf{A} ist der Deformationsgeschwindigkeitstensor mit den Komponenten

$$A_{ij} = \frac{1}{2} (\partial v_j / \partial x_i + \partial v_i / \partial x_j). \quad (6)$$

Der in Gl. (2) auftretende Spannungstensor setzt sich aus folgenden drei Termen zusammen

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}'. \quad (7)$$

Darin beschreibt σ_{ij}^0 den Einfluß der elastischen und magnetischen Größen auf den Spannungstensor und σ_{ij}' den Einfluß von Scherung und Direktordrehung.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}' = & \alpha_1 n_k n_p A_{kp} n_i n_j + \alpha_2 n_i N_j + \alpha_3 n_j N_i + \alpha_4 A_{ij} \\ & + \alpha_5 n_i n_k A_{kj} + \alpha_6 n_j n_k A_{ki}. \end{aligned} \quad (8)$$

Zwischen den in Gl. (4) und (8) verwendeten Viskositätskoeffizienten γ_1 und γ_2 bzw. α_1 bis α_6 bestehen die folgenden Beziehungen

$$\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2, \quad \gamma_2 = \alpha_6 - \alpha_5. \quad (9)$$

Nach Parodi¹⁴ sind die sechs Viskositätskoeffizienten α_1 bis α_6 nicht unabhängig voneinander, sondern es gilt folgender Zusammenhang

$$\alpha_2 + \alpha_3 = \alpha_6 - \alpha_5. \quad (10)$$

Für die weiteren Berechnungen wird ein Koordinatensystem eingeführt, dessen z -Achse mit der

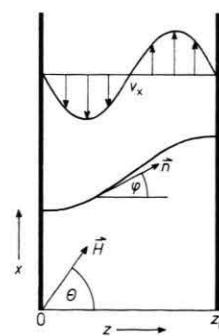


Abb. 1. Feldlinie des Direktors und Geschwindigkeitsprofil v_x in der Probe. Das Magnetfeld \mathbf{H} schließt den Winkel Θ , der Direktor \mathbf{n} den Winkel φ mit der Normalen zur Probenbegrenzung ein.

Schichtnormalen zusammenfällt und dessen x -Achse in der von der Flächennormalen und der Magnetfeldrichtung aufgespannten Ebene liegt (Abbildung 1). Da voraussetzungsgemäß die Drehachse der Magnetfeldrichtung mit der y -Achse zusammenfällt, ist im allgemeinen eine nur von z abhängige Deformation des Direktors in der x - z -Ebene und eine durch die Direktordrehung induzierte Flüssigkeitsströmung in x -Richtung zu erwarten. Mit diesen Annahmen vereinfacht sich das Gleichungssystem (1, 2) erheblich. Speziell folgt aus der Translationsinvarianz in Richtung der x -Achse, daß keine Kräfte in dieser Richtung auftreten und daher der hydrostatische Anteil $-p \delta_{ij} + \sigma_{ij}^0$ des Spannungstensors keinen Beitrag liefert. Weiterhin können die substantiellen Ableitungen durch partielle Ableitungen nach der Zeit ersetzt werden.

$$\begin{aligned} I(\mathbf{n} \times \partial^2 \mathbf{n} / \partial t^2) &= \mathbf{n} \times [k_{11} \text{grad div } \mathbf{n} \\ &- k_{33} \text{rot rot } \mathbf{n} + \chi_a (\mathbf{H} \mathbf{n}) \mathbf{H} - \gamma_1 \mathbf{N} - \gamma_2 \mathbf{A} \mathbf{n}], \quad (11) \\ \varrho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zx}' . \quad (12) \end{aligned}$$

Bei Vernachlässigung der Beschleunigungsglieder $I \partial^2 \mathbf{n} / \partial t^2$ und $\varrho \partial v_x / \partial t$ ergibt sich für den Deformationswinkel φ des Direktors und die Flüssigkeitsgeschwindigkeit v_x folgendes Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \frac{1}{2} (k_{11} - k_{33}) \sin 2 \varphi \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + (k_{11} \sin^2 \varphi + k_{33} \cos^2 \varphi) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \\ &+ \frac{1}{2} \chi_a H^2 \sin 2(\Theta - \varphi) + \frac{1}{2} (\gamma_1 - \gamma_2 \cos 2 \varphi) \frac{\partial v_x}{\partial z}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial z} \left[\frac{1}{2} a_1 \sin^2 2 \varphi + (a_5 - a_2) \cos^2 \varphi + (a_3 + a_6) \sin^2 \varphi + a_4 \right] + \frac{\partial \varphi}{\partial t} (a_2 \cos^2 \varphi - a_3 \sin^2 \varphi) \right\} = 0 . \quad (14)$$

Die folgenden Überlegungen sollen anhand eines einfachen Beispiels zeigen, daß die Vernachlässigung der Beschleunigungsglieder unter den vorliegenden experimentellen Bedingungen zulässig ist. Die charakteristische Zeitkonstante für die Bewegung des Direktors erhält man nach Linearisierung von Gl. (13), wobei die Kopplung mit der Flüssigkeits-

bewegung vernachlässigt wird. Es ergibt sich, daß beim Einschalten des Magnetfeldes ($\Theta = 90^\circ$) der Deformationswinkel exponentiell mit der Zeitkonstante $\tau_\varphi \approx \gamma_1 / \chi_a H^2$ anwächst. Das Beschleunigungsglied $I \partial^2 \varphi / \partial t^2$ des Direktors kann dabei vernachlässigt werden, solange I/γ_1 klein gegenüber dieser Zeitkonstante bleibt. Bei typischen Trägheitsmomentdichten von etwa 10^{-15} g/cm ist diese Bedingung bei allen erreichbaren Feldstärken erfüllt.

Eine entsprechende Abschätzung anhand von Gl. (12) bzw. (14) ergibt für die Einstellung einer stationären Flüssigkeitsgeschwindigkeit eine Zeitkonstante $\tau_v \approx \varrho z_0^2 / \eta$, wobei η einen mittleren Viskositätskoeffizienten bedeutet. Für das Verhältnis der Zeitkonstanten der Direktorbewegung und der Einstellung der stationären Flüssigkeitsbewegung erhält man dann durch Einführung der kritischen Feldstärke $H_0 = \sqrt{k_{33} / \chi_a} \cdot \pi / z_0$ mit

$$\frac{\tau_v}{\tau_\varphi} \approx \frac{\varrho k}{\eta \gamma_1} \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \quad (15)$$

einen Ausdruck, der von der Zelldicke z_0 unabhängig ist. Mit typischen Werten für die Materialkonstanten ergibt sich ein Proportionalitätsfaktor $\varrho k / \eta \gamma_1 \approx 10^{-6}$, so daß selbst bei der zehnfachen kritischen Feldstärke das Beschleunigungsglied

$\varrho \partial v_x / \partial t$ bei der Berechnung der Flüssigkeitsbewegung zu vernachlässigen sein dürfte.

Den weiteren Berechnungen wird dementsprechend das Gleichungssystem (13, 14) zugrunde gelegt. Zunächst läßt sich die Gl. (14) über z integrieren und nach dem Geschwindigkeitsgradienten $\partial v_x / \partial z$ auflösen.

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} = 2 \frac{C(t) - \frac{\partial \varphi}{\partial t} (a_2 \cos^2 \varphi - a_3 \sin^2 \varphi)}{\frac{1}{2} a_1 \sin^2 2 \varphi + (a_5 - a_2) \cos^2 \varphi + (a_3 + a_6) \sin^2 \varphi + a_4} . \quad (16)$$

Die zeitabhängige Konstante $C(t)$ ergibt sich durch Integration von Gl. (16) aus den Randbedingungen $v_x(z=0) = v_x(z=z_0/2) = v_x(z=z_0) = 0$.

Zur numerischen Lösung des gekoppelten Differentialgleichungssystems (13) und (16) werden die zum jeweiligen Zeitpunkt vorliegende Deformation $\varphi(z, t)$ und der Geschwindigkeitsgradient $\partial v_x(z, t)/\partial z$ punktweise dargestellt. Die Änderung der Deformation wird gemäß Gl. (13) berechnet, wobei die Differentialquotienten durch die entsprechenden Differenzenquotienten ersetzt werden, die aus der vorangehenden Deformation und dem vorangegangenen Geschwindigkeitsprofil ermittelt werden. Der Geschwindigkeitsgradient ergibt sich aus Gl. (16), wobei die Konstante $C(t)$ durch eine numerische Integration bestimmt wird.

Um die numerische Stabilität zu gewährleisten, muß die Schrittweite Δt kleiner als die in Gl. (17) angegebene obere Zeitgrenze gewählt werden,

$$\Delta t_{\max} = \gamma_1 z_0^2 / 2 k_{33} N^2 \quad (17)$$

die quadratisch mit der Zahl der Stützpunkte N abnimmt. Eine zweite mit dem Quadrat der Magnetfeldstärke abnehmende Grenze für die Schrittweite Δt braucht bei den im allgemeinen vorliegenden geringen Feldstärken nicht beachtet zu werden. Bei den hier durchgeföhrten Rechnungen beträgt die maximale Schrittweite 5 ms bei 51 Stützpunkten in einer Halbzelle.

Ein Vergleich der sich stationär einstellenden Deformation mit den aus der elastischen Theorie be-

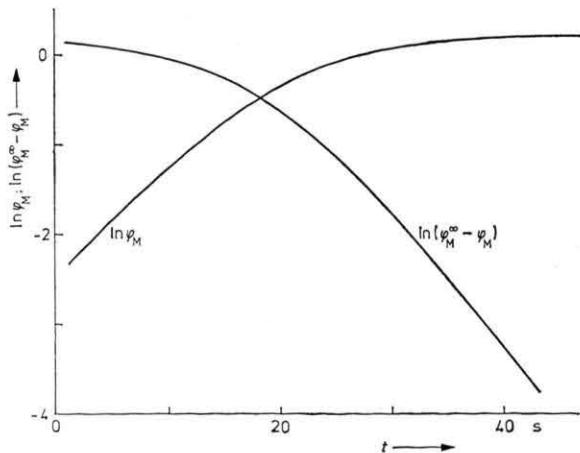


Abb. 2. Logarithmus des maximalen Deformationswinkels φ_M und des Differenzwinkels zum stationären Wert in Abhängigkeit von der Zeit nach einer schnellen Magnetfelddrehung um 90° . Die bei der Berechnung verwendeten Parameter sind im Text angegeben.

rechneten Werten¹² ergibt eine befriedigende Übereinstimmung der berechneten Daten. Beispielsweise beträgt bei der angegebenen Stützpunktzahl die relative Abweichung für den maximalen Deformationswinkel $2 \cdot 10^{-5}$ ($\Theta = 45^\circ$, $H/H_0 = 1,25$).

Um die Ergebnisse des Verfahrens an einem einfachen Beispiel zu veranschaulichen, werden die Deformation und das Strömungsprofil berechnet, die nach einer schnellen Magnetfelddrehung (1 s) von $\Theta = 0^\circ$ auf 90° entstehen ($H/H_0 = 1,5$; $z_0 = 101 \mu\text{m}$; Materialkonstanten siehe Kapitel 4). In Abb. 2 ist der Logarithmus des maximalen Deformationswinkels über der Zeit aufgetragen. Der Wert der Anfangssteigung stimmt etwa mit den Ergebnissen von Pieranski et al.⁸ überein. Die zeitliche Annäherung des maximalen Deformationswinkels an den stationären Endwert vollzieht sich erwartungsgemäß exponentiell. In Abb. 3 sind die sich nach 20 s einstellende Deformation sowie das Geschwindigkeitsprofil dargestellt. Das Geschwindigkeitsprofil wird durch eine numerische Integration des Geschwindig-

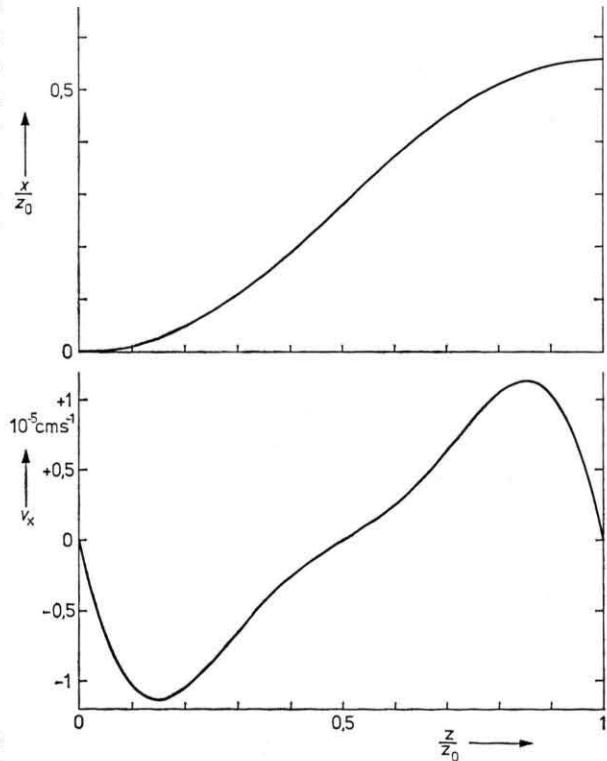


Abb. 3. Berechnete Feldlinie des Direktors und Geschwindigkeitsprofil 20 s nach einer schnellen Drehung der Magnetfeldrichtung um 90° .

keitsgradienten, die Feldlinie des Direktors durch eine numerische Integration des Tangens des Deformationswinkels gewonnen. Die stationäre Deformation hat sich zu dem gewählten Zeitpunkt noch nicht eingestellt, und es tritt daher in der Probe durch die inhomogene Drehung des Direktors eine Flüssigkeitsströmung auf. Das sich einstellende Geschwindigkeitsprofil kann man sich folgendermaßen entstanden denken: In der linken Schichthälfte nimmt die Rotationsgeschwindigkeit des Direktors in Richtung auf die Schichtmitte zu, so daß an jedem Volumenelement eine in Richtung der negativen x -Achse weisende Kraft angreift. Es bildet sich daher eine in die gleiche Richtung weisende Flüssigkeitsströmung aus, die mit den vorgegebenen Randbedingungen ein sinusähnliches Geschwindigkeitsprofil erwarten läßt. In der Nähe der Probenbegrenzung bremst die auftretende Flüssigkeitsbewegung, wie Gl. (13) zeigt, die Drehung des Direktors, während in der Probenmitte eine Erhöhung der Drehgeschwindigkeit gegenüber dem Verhalten bei ruhender Flüssigkeit folgt.

Die zum Vergleich mit den Meßwerten benötigte elektrische Leitfähigkeit \varkappa der Probe wird durch eine numerische Mittelwertbildung über die reziproke Leitfähigkeit

$$\frac{1}{\varkappa} = \left\langle \frac{1}{\varkappa_{\perp} + (\varkappa_{\parallel} - \varkappa_{\perp}) \cos^2 \varphi(z)} \right\rangle \quad (18)$$

aus den Leitfähigkeitswerten \varkappa_{\parallel} und \varkappa_{\perp} bei paralleler und senkrechter Lage des Direktors zum elektrischen Feld berechnet.

3. Experimentelles

Zur experimentellen Untersuchung der Deformationen dient die Messung der elektrischen Leitfähigkeit der Probe. Die Meßzelle besteht aus zwei polierten Molybdänhalbzylindern im Abstand von $101 \mu\text{m}$, die von einem thermostatisierten Quarzyylinder umgeben sind. Zur Ausrichtung des nematischen flüssigen Kristalls dient ein drehbarer Elektromagnet mit einer maximalen Feldstärke von 12 kG . Eine Beschreibung des elektrischen Meßaufbaus befindet sich in früheren Arbeiten^{12, 15}.

Als nematischer flüssiger Kristall wird N-(p-Methoxybenzyliden)-p-n-butylanilin (MBBA) verwendet, dem zur Erhöhung der elektrischen Leitfähigkeit etwa 1% Tetrabutylammoniumpikrat zugesetzt wird. MBBA wird vor der Messung im Öl pumpenvakuum destilliert und nach dem Einfüllen in die Leitfähigkeitszelle zur Entfernung von Was-

serspuren eine Stunde im Vakuum auf 50°C erwärmt, wonach sich ein Klärpunkt von etwa 46°C ergibt. Während der Messung wird getrockneter Stickstoff unter geringem Überdruck in die Zelle geleitet. Die Ausrichtung des MBBA an den Elektroden wird durch eine Behandlung der Elektrodenflächen mit einer Lösung von 2% Lezithin in Benzol erreicht.

4. Materialkonstanten

Zur Beschreibung der durchgeführten Experimente mit der im Kapitel 2 dargelegten Theorie wird eine Reihe von Materialkonstanten des für die Untersuchungen verwendeten flüssigen Kristalls MBBA benötigt.

Die Elastizitätskoeffizienten für Quer- und Längsbiegung bezogen auf die magnetische Suszeptibilitätsanisotropie werden an der gleichen Probe durch elektrische Leitfähigkeitsmessungen nach einer früher beschriebenen Methode bestimmt¹². Als Mittelwert von Messungen zu Beginn, in der Mitte und am Ende der Meßzeit von mehreren Stunden ergeben sich für die Untersuchungstemperatur von 25°C folgende Daten

$$k_{11}/\chi_a = 5,12 \text{ dyn}, \quad k_{33}/\chi_a = 6,74 \text{ dyn},$$

die etwa den von Haller¹⁶ angegebenen Werten entsprechen. Die Auswertung liefert außerdem den Wert für das Anisotropieverhältnis der elektrischen Leitfähigkeit:

$$V = \varkappa_{\parallel}/\varkappa_{\perp} = 1,3176.$$

Die Viskositätswerte werden den Diagrammen der Arbeit von Gähwiller¹⁷ entnommen. Allerdings wird für das dort verwendete MBBA ein Klärpunkt von nur 43°C angegeben. Bei der gleichen reduzierten Temperatur, also 22°C , ergeben sich folgende Viskositätswerte, die die Parodi-Beziehung erfüllen.

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,06 \text{ P}; & a_2 &= -1,00 \text{ P}; & a_3 &= -0,01 \text{ P}; \\ a_4 &= 0,95 \text{ P}; & a_5 &= 0,64 \text{ P}; & a_6 &= -0,37 \text{ P}. \end{aligned}$$

Der Wert der Suszeptibilitätsanisotropie χ_a wird nicht der Literatur entnommen, sondern in der im Kapitel 5 beschriebenen Weise zur Anpassung der theoretisch berechneten Kurven an die experimentellen Beobachtungen verwendet.

5. Wanderung der Inversionswände

Die experimentellen Untersuchungen werden folgendermaßen durchgeführt: Ausgehend von dem Orientierungswinkel $\Theta = 0^\circ$ wird die Richtung des Magnetfeldes bei konstanter Feldstärke zunächst auf

$\Theta = 90^\circ$ gedreht und abgewartet, bis sich die Gleichgewichts-Deformation, d. h. eine zeitlich konstante Leitfähigkeit einstellt. Dann wird die Magnetfeldrichtung weiter bis zum gewünschten Orientierungswinkel gedreht.

Das dynamische Verhalten der Deformation in der nematischen Schicht sowie die zeitliche Änderung der elektrischen Leitfähigkeit ist in Abb. 4 für

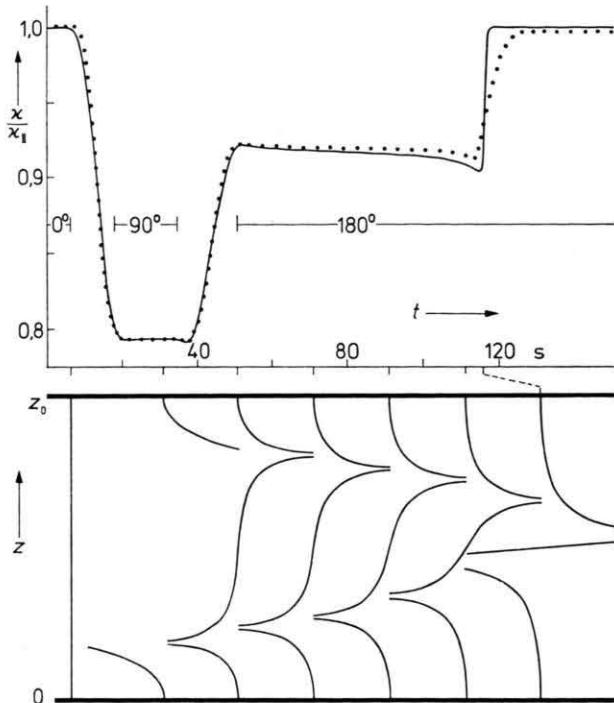


Abb. 4. Oberer Teil: Beobachtete (.....) und berechnete (—) elektrische Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Zeit bei einer Magnetfelddrehung um 180° ($H = 3$ kG). Unterer Teil: Berechnete Feldlinien des Direktors zu verschiedenen, an der Zeitskala markierten Zeitpunkten.

ein charakteristisches Beispiel dargestellt, bei dem der Orientierungswinkel $\Theta = 180^\circ$ eingestellt, also eine Feldumkehr durchgeführt wird. Wie die im unteren Teil der Abb. 4 zu verschiedenen Zeiten dargestellten numerisch berechneten Feldlinienbilder des Direktors veranschaulichen, wird durch die Drehung des Magnetfeldes die Orientierung des Direktors in der Mitte der Probe ebenfalls um nahezu 180° gedreht, während aufgrund der Randorientierung die homöotrope Ausrichtung an den Probenwänden bestehen bleibt. Bei einem Orientierungswinkel von $\Theta = 180^\circ$ sind die so entstehenden Inversionswände bei endlichen Feldstärken in Übereinstimmung mit früheren Ergebnissen stets in-

stabil⁴. Die für spätere Zeiten berechneten Feldlinien zeigen, wie die Inversionswände aufeinander zuwandern und sich bei genügender Annäherung gegenseitig rasch vernichten.

Durch dieses Verhalten der in der Probe vorliegenden Deformation kann der zeitliche Verlauf der elektrischen Leitfähigkeit anschaulich verstanden werden: Die undeformierte Probe weist die Leitfähigkeit $\chi_{||}$ auf. Dreht man das Magnetfeld um 90° , so verändert sich die Leitfähigkeit in einer Randschicht der Dicke einer Kohärenzlänge $\xi_3 = \sqrt{k_{33}/\chi_a} H$ nicht, während im Probeninnern die Leitfähigkeit χ_{\perp} beträgt. Bei einer Feldstärke von 3 kG ergibt sich eine Kohärenzlänge $\xi_3 = 8,7 \mu\text{m}$, womit sich die Leitfähigkeit der Probe zu

$$\frac{\chi}{\chi_{||}} \approx \frac{1}{V} \left[1 + \frac{2 \xi_3}{z_0} \left(1 - \frac{1}{V} \right) \right] = 0,79 \quad (19)$$

in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert von $\chi/\chi_{||} \approx 0,79$ abschätzen lässt. Nach der Feldumkehr entstehen durch die Inversionswände zwei Bereiche von der doppelten Dicke einer Kohärenzlänge $\xi_1 = \sqrt{k_{11}/\chi_a} H \approx 7,5 \mu\text{m}$, in denen die Leitfähigkeit etwa χ_{\perp} beträgt. Dementsprechend erwartet man einen Anstieg der Leitfähigkeit auf

$$\frac{\chi}{\chi_{||}} \approx 1 - \frac{4 \xi_1}{z_0} (V - 1) = 0,91, \quad (20)$$

während sich experimentell 0,92 ergibt. Da die Dicke der Inversionswände während der Wanderungszeit praktisch konstant bleibt, ändert sich dabei die Leitfähigkeit kaum. Bei einer Vernichtung der Inversionswände wird zunächst eine kurzzeitige, einer Vergrößerung der χ_{\perp} -Bereiche entsprechende Verringerung der Leitfähigkeit beobachtet, bevor die Leitfähigkeit dann schnell auf $\chi_{||}$ ansteigt.

Die theoretischen Berechnungen gemäß den Gln. (13), (16) und (18) geben die Leitfähigkeitswerte unmittelbar nach der 90° - und nach der 180° -Drehung sehr genau wieder (Abbildung 4). Bei der Wanderung der Inversionswände ergibt die Theorie eine deutliche Abnahme der Leitfähigkeit, während im Experiment ein etwas geringerer Leitfähigkeitsabfall beobachtet wird. Dieser Unterschied kann auf ein Eindringen der undeformierten Struktur von der seitlichen Probenbegrenzung her erklärt werden und soll im Kapitel 6 näher diskutiert werden. Weiterhin liefert die Berechnung gegenüber dem Experiment einen sehr viel steileren Leitfähigkeitsanstieg beim Zerfall der Inversionswände. Vermut-

lich wird diese Abweichung durch eine ungenügende Planparallelität der Elektroden bewirkt. Da die Wanderungszeit der Inversionswände etwa exponentiell von der Feldstärke (vgl. Abb. 6) und entsprechend auch von der Schichtdicke abhängt, kann bereits eine Schwankung der Schichtdicke von 2%, d. h. $2 \mu\text{m}$, den beobachteten langsamen Leitfähigkeitsanstieg erklären. Als Ende der Wanderungszeit wird der Zeitpunkt festgelegt, bei dem die Leitfähigkeit auf die halbe Differenz zum Endwert angestiegen ist. Die beste Übereinstimmung der so ermittelten experimentellen und theoretischen Wanderungszeit bei einer Feldstärke von $H = 3,5 \text{ kG}$ und einem Magnetfeldwinkel von $\Theta = 180^\circ$ erhält man mit einem Wert der magnetischen Suszeptibilitätsanisotropie von $\chi_a = 1,29 \cdot 10^{-7}$, der allen hier berechneten Kurven zugrunde gelegt wird.

Abbildung 5 zeigt das Strömungsprofil in der Schicht während der Wanderung der Inversionswände zusammen mit dem zugehörigen Feldbild des Direktors. Die höchsten Flüssigkeitsgeschwindigkeiten, die bei diesem Beispiel einige 10^{-6} cm/s betragen, treten in der Nähe der Inversionswände auf,

da hier die größten Winkelgeschwindigkeiten der Direktordrehung vorliegen. Der Einfluß der Flüssigkeitsstörung – backflow¹¹ – auf die Bewegung der Inversionswände ist insgesamt nur schwer zu übersehen. Der Viskositätskoeffizient $(\gamma_1 - \gamma_2 \cos 2\varphi)/2$ im Kopplungsglied der Gl. (13) ändert bei den hier vorliegenden Viskositätswerten seine Größe von 2 P bei dem Deformationswinkel $\varphi = 0^\circ$ bis auf etwa 0 P bei $\varphi = 90^\circ$. Da nun der Betrag des Deformationswinkels bei der Wanderung der Inversionswände im gesamten Probenvolumen abnimmt, wird die Direktorbewegung in allen Probenbereichen gehemmt, in denen der Geschwindigkeitsgradient $\partial v_x / \partial z$ das gleiche Vorzeichen wie der Deformationswinkel aufweist. Einerseits ändert nun der Geschwindigkeitsgradient (Abb. 5) mehrfach sein Vorzeichen und andererseits ist der Direktor in der Nähe der Inversionswände, also an den Stellen mit den höchsten Werten des Geschwindigkeitsgradienten in Strömungsrichtung orientiert ($\varphi = 90^\circ$), so daß insgesamt, wie entsprechende Rechnungen zeigen, die Wanderungszeit der Inversionswände durch den backflow-Einfluß nur um etwa 10% verringert wird.

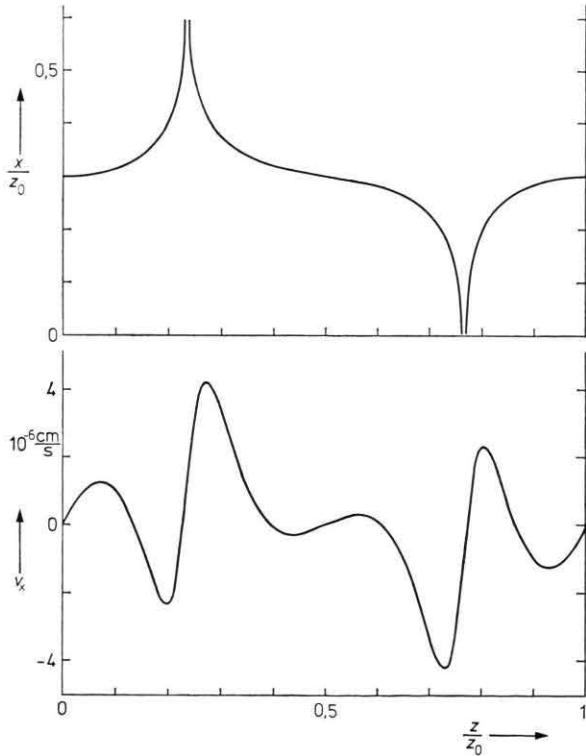


Abb. 5. Berechnete Feldlinie des Direktors und Geschwindigkeitsprofil 20 s nach einer Magnetfelddrehung um 180° .

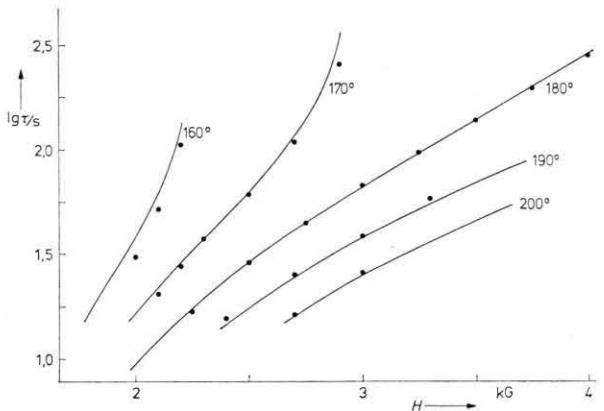


Abb. 6. Logarithmus der Wanderungszeit τ der Inversionswände in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke H für verschiedene Drehwinkel Θ . Die berechneten Kurven sind an den Meßwert bei $3,5 \text{ kG}$ und 180° angepaßt.

Im weiteren soll die Feldstärke- und Winkelabhängigkeit der Wanderungszeit τ der Inversionswände betrachtet werden (Abbildung 6). Léger^{18, 19} hat bei der Untersuchung von „twist“-Inversionswänden den aus einer Theorie von de Gennes¹⁰ folgenden Zusammenhang

$$\tau \approx \frac{\gamma_1}{\chi_a H^2} \exp\left(\frac{z_0}{2 \xi_2}\right); \quad \xi_2 = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{k_{22}}{\chi_a}} \quad (21)$$

bestätigt, der eine lineare Abhängigkeit von $\ln(\tau H^2)$ über H ergibt, wodurch sich γ_1/χ_a und $\sqrt{k_{22}/\chi_a}$ leicht bestimmen lassen. Da zur Beschreibung der hier untersuchten Inversionswände zwei Elastizitätskoeffizienten und außerdem der backflow-Einfluß zu berücksichtigen sind, ist es nicht verwunderlich, daß eine entsprechende Auftragung sowohl der gemessenen als auch der damit weitgehend übereinstimmenden berechneten Werte bei allen Orientierungswinkeln keinen linearen Zusammenhang ergibt. Eine Auswertung der Steigung [$\ln(\tau H^2) = f(H)$] bei hohen Feldstärken liefert einen Elastizitätskoeffizienten $k/\chi_a \approx 6,3$ dyn, der etwa dem Mittel der beiden Koeffizienten k_{11} und k_{33} entspricht. Dagegen ist eine Extrapolation der Kurve auf $H=0$ nicht möglich, so daß bei dieser Auftragung der Wert von γ_1/χ_a nicht bestimmt werden kann.

Die bereits erwähnte Anpassung von χ_a an den Meßwert bei $H = 3,5$ kG und $\Theta = 180^\circ$ liefert für alle Feldstärken eine gute Übereinstimmung zwischen experimentellen und theoretischen Wanderungszeiten (Abb. 6). Die Feldstärkeabhängigkeit der Wanderungszeiten der Inversionswände weist bei Orientierungswinkeln Θ unterhalb 180° einen anderen Verlauf als bei höheren Winkeln auf. Die für $\Theta < 180^\circ$ gemessenen und berechneten Zeiten τ nähern sich bei bestimmten, vom Orientierungswinkel Θ abhängigen Feldstärken dem Wert unendlich, d. h. oberhalb dieser Feldstärkewerte werden durch die Drehung der Magnetfeldrichtung stationäre Deformationen erzeugt, die aber, wie die Leitfähigkeitswerte zeigen, nicht mit den zum äquivalenten Orientierungswinkel $\Theta' = \Theta - 180^\circ$ gehörigen stabilen elastischen Deformationen übereinstimmen, sondern, wie in einer früheren Arbeit⁴ bereits beschrieben, metastabile Deformationen darstellen. Eine Extrapolation von $1/\tau = f(H)$ auf $\tau = \infty$ liefert in Übereinstimmung mit den sich aus der elastischen Theorie ergebenden Stabilitätsgrenzen der metastabilen Deformationen Feldstärkewerte von ca. 3 kG bei $\Theta = 170^\circ$ und ca. 2,3 kG bei $\Theta = 160^\circ$. In der Nähe der Stabilitätsgrenze hängt die Wanderungsgeschwindigkeit im wesentlichen von der Differenz der Feldstärke zur Grenzfeldstärke ab. Daher können bereits kleine Meßfehler in den elastischen Konstanten die hier auftretenden größeren Abweichungen der experimentell bestimmten Wanderungszeiten von den theoretischen Kurven erklären.

Für Orientierungswinkel über 180° existieren bei endlichen Feldstärkewerten keine metastabilen Deformationen, sondern man erhält wie beim Winkel $\Theta = 180^\circ$ eine näherungsweise exponentielle Zunahme der Wanderungszeiten mit der Magnetfeldstärke. Allerdings wird die experimentelle Bestimmung von τ zu hohen Feldstärken hin durch den schon erwähnten Zerfall der Inversionsstruktur vom seitlichen Probenrand her (vgl. Kapitel 6) begrenzt. Bei Drehwinkeln oberhalb von 180° wird darüber hinaus noch ein weiterer Zerfallsmechanismus beobachtet, der ebenfalls mit der im Kapitel 2 angegebenen Theorie nicht beschrieben werden kann. Dieser Zerfall vollzieht sich bei großen Drehwinkeln so rasch, daß oberhalb des Orientierungswinkels $\Theta \approx 210^\circ$ keine Wanderungszeit mehr ermittelt werden kann (vgl. Kapitel 6).

Bei den bisher beschriebenen instabilen Deformationen liegen die Werte des maximalen Deformationswinkels in der Probenmitte erheblich über 90° , so daß in der Probe zwei Inversionswände auftreten. Eine weitere Art instabiler Deformationen entsteht, wenn die Magnetfelddrehung bei vergleichsweise geringen Feldstärken durchgeführt wird. Bei der Magnetfelddrehung wird die Stabilitätsgrenze der metastabilen Zustände bei einem bestimmten Orientierungswinkel überschritten, ohne daß der maximale Deformationswinkel Werte über 90° erreicht. Die entstehende instabile Deformation weist keine Inversionswände auf und kann daher nicht nach dem oben beschriebenen Wanderungsmechanismus zerfallen. Vielmehr verringert sich im gesamten Probenvolumen der Deformationswinkel

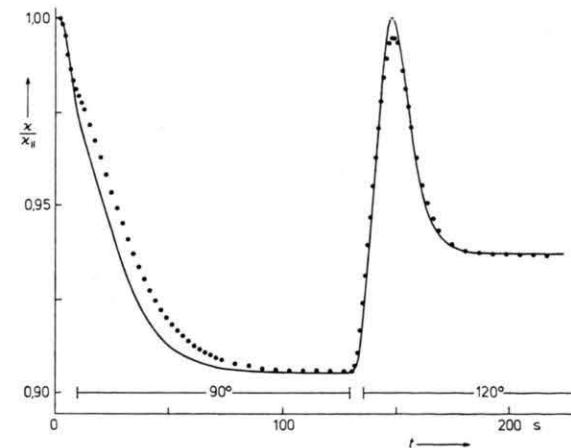


Abb. 7. Beobachtete (····) und berechnete (—) elektrische Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Zeit bei einer Drehung der Magnetfeldrichtung um 120° ($H = 1$ kG).

weitgehend gleichmäßig, und es bildet sich die entsprechende stabile Deformation aus.

Das Verhalten der Leitfähigkeit für ein derartiges Experiment mit $\Theta = 120^\circ$ und $H = 1 \text{ kG}$ ist in Abb. 7 dargestellt. Die Theorie zeigt, daß bei der Rückdrehung der Deformation zwischenzeitlich eine nahezu undeformierte Struktur in der Probe vorliegt, d. h. die Leitfähigkeit $\chi = \chi_{\parallel}$ auftreten sollte. Dieses Verhalten wird durch das Experiment befriedigend bestätigt, wenn auch, vermutlich aufgrund ungenügender Planparallelität der Elektroden, das Leitfähigkeitsmaximum etwas tiefer liegt. Mit dem oben bestimmten Wert für χ_a wird der zeitliche Verlauf der Leitfähigkeitskurve nach der Magnetfelddrehung auf 90° bzw. 120° sehr gut wiedergegeben. Bei der anfänglichen Drehung auf 90° treten allerdings deutliche Unterschiede zwischen Theorie und Experiment auf, deren Ursache bisher nicht bekannt ist.

6. Weitere Zerfallsmechanismen der Inversionswände

Die bei der Wanderung der Inversionswände beobachtete Leitfähigkeit zeigt stets eine mit der Zeitdauer nahezu linear anwachsende Abweichung von der theoretisch berechneten Kurve. Ebenso findet man bei metastabilen Zuständen⁴, daß die Leitfähigkeit nicht konstant bleibt, sondern nach genügend langer Zeit sich der Leitfähigkeitswert der zum äquivalenten Orientierungswinkel gehörigen stabilen Deformation einstellt. Dieser Effekt läßt sich durch das Hereinwandern der undeformierten bzw. stabilen Struktur vom seitlichen Probenrand her verstehen. Die verschiedenen Probenbereiche müssen an ihrer Grenze Singularitäten aufweisen, wie sie in Abb. 8 für $\Theta = 180^\circ$ veranschaulicht sind. Der Verlauf der Deformation in der Nähe der Singularitäten hängt davon ab, in welcher Richtung diese in die Probe hineinwandern. Der am einfachsten zu beschreibende Fall liegt bei einem Vordringen einer singulären Linie in x -Richtung vor, wobei der Direktor nur in der x - z -Ebene liegen sollte. Die auftretenden, im linken Teil der Abb. 8 schematisch dargestellten Deformationen entsprechen den Singularitäten vom Typ $S = \pm 1/2$, wie sie ohne Magnetfeld bereits häufig beschrieben sind^{20, 21}. Ein Beispiel für die Singularitäten beim Vordringen der homöotropen Struktur in Richtung der y -Achse ist im rechten Teil der Abb. 8 dargestellt. Darüber

hinaus sind, wie bei der Bewegung der Singularitäten in allen anderen Richtungen, auch räumliche Deformationen denkbar, deren Verlauf nur schwer anzugeben ist.

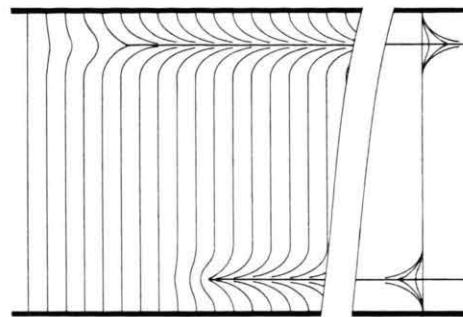


Abb. 8. Schematische Darstellung des Feldliniengitteres bei einem Zerfall von Inversionswänden von der seitlichen Probenbegrenzung her. Im linken Teil der Abbildung ist ein Vordringen der homöotropen Struktur in Richtung der x -Achse (siehe Abb. 1), im rechten Teil ein Vordringen in Richtung der y -Achse dargestellt.

Die Geschwindigkeit v einer derartigen singulären Linie läßt sich folgendermaßen abschätzen: Die beiden Deformationen unterscheiden sich näherungsweise nur in Bereichen der Dicke einer Kohärenz- länge ξ , so daß die pro Zeit und Länge der singulären Linie gewonnene Energie etwa

$$\frac{dE}{dt} \approx \chi_a H^2 \xi v \quad (22)$$

beträgt. In einer Fläche der Größe ξ^2 um die singuläre Linie tritt eine mittlere Winkelgeschwindigkeit des Direktors von etwa v/ξ auf, so daß der dissipative Energieverlust

$$\frac{dE}{dt} \approx \gamma_1 (v/\xi)^2 \xi^2 \quad (23)$$

beträgt. Aus diesen Abschätzungen folgt, daß die Geschwindigkeit der singulären Linie proportional mit der Feldstärke H anwächst:

$$v \approx H \sqrt{\chi_a k / \gamma_1}. \quad (24)$$

Da andererseits der Leitfähigkeitsunterschied zwischen der Inversionsstruktur und der stabilen Deformation näherungsweise mit $1/H$ abnimmt¹², ergibt sich eine feldstärkeunabhängige Leitfähigkeitsänderung, wie sie im Experiment auch tatsächlich beobachtet wird. Nach Formel (24) kann man abschätzen, daß sich die Singularitäten bei einer Feldstärke von 4 kG mit einer Geschwindigkeit von etwa $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$ bewegen. Bei der verwendeten Zelle von 13 mm Breite sollte sich daher nach etwa

500 s wieder die undeformierte Struktur in der gesamten Schicht ausbilden, so daß keine längeren Wanderungszeiten beobachtet werden können. In Übereinstimmung damit beträgt die größte ermittelte Wanderungszeit 300 s bei einer Feldstärke von 4 kG. Verwendet man dagegen Zellen mit der doppelten Schichtdicke, so ergeben sich bei gleicher reduzierter Feldstärke die vierfachen Wanderungszeiten. Nach Gl. (24) halbiert sich dabei die Geschwindigkeit des Zerfalls vom seitlichen Probenrand her, so daß Wanderungszeiten bis 1000 s beobachtet werden.

Bei Orientierungswinkeln über 180° tritt offensichtlich noch ein weiterer Zerfallsmechanismus auf, durch den die Ermittlung der Wanderungszeiten der Inversionswände verhindert wird. Beispielsweise ergibt eine Feldstärke $H = 3,3$ kG für $\Theta = 190^\circ$ experimentell eine Wanderungszeit $\tau = 58,2$ s (Abb. 9), während für $\Theta = 200^\circ$ nach der Magnet-

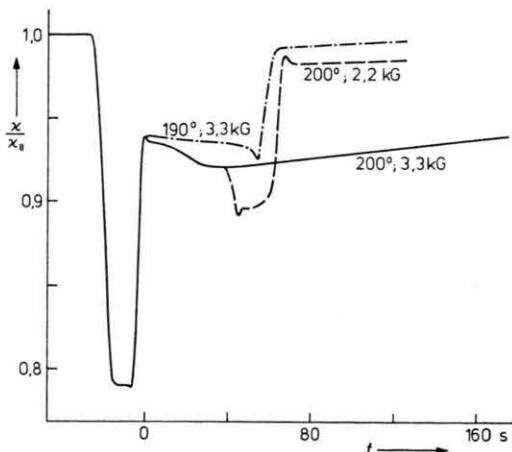


Abb. 9. Beobachtete Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit von der Zeit bei einer Magnetfelddrehung um 190° bzw. 200° . Bei einem zusätzlichen Experiment mit dem Orientierungswinkel $\Theta = 200^\circ$ wird die Feldstärke 40 s nach der Drehung von 3,3 auf 2,2 kG erniedrigt.

felddrehung nur ein sehr langsamer Leitfähigkeitsanstieg weit über die berechnete Wanderungszeit $\tau = 36$ s hinaus erfolgt. Wird bei einer Wiederholung des Experiments nach etwa 40 s die Feldstärke auf 2,2 kG erniedrigt, so beobachtet man zunächst eine Erniedrigung der Leitfähigkeit, die auf das Vorhandensein einer Inversionsstruktur schließen lässt. Es liegt die Vermutung nahe, daß sich bei dem Experiment mit einem Orientierungswinkel von $\Theta = 200^\circ$ durch eine 180° -Drehung der Deformation um die Magnetfeldrichtung die zum äquivalenten

Deformationswinkel $\Theta = 160^\circ$ gehörige Inversionsstruktur ausbildet. Diese ist bei einer Feldstärke von 3,3 kG metastabil, so daß bis auf den Zerfall vom seitlichen Probenrand her in Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis (Abb. 9) eine konstante Leitfähigkeit erwartet wird. Nach der Erniedrigung der Feldstärke auf 2,2 kG sollte eine instabile Deformation mit einer Wanderungszeit von etwa 120 s entstehen. Die tatsächlich beobachtete Wanderungszeit von etwa 25 s deutet darauf hin, daß bereits vor der Drehung eine weitgehende Annäherung der Inversionswände erfolgt ist.

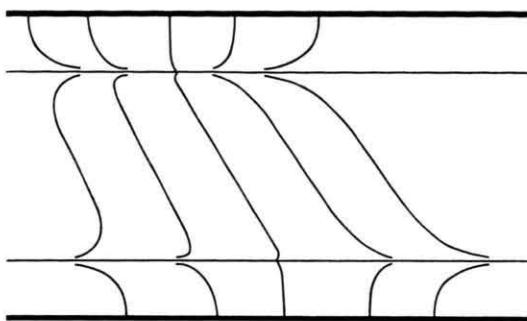


Abb. 10. Schematische Darstellung des räumlichen Zerfalls der Inversionswände bei Drehwinkeln über 180° . Die zeitliche Änderung der Deformation ist in der Abbildung von links nach rechts ablaufend dargestellt.

Abbildung 10 zeigt schematisch eine derartige Umwandlung durch eine 180° -Drehung der Deformation, bei der die Direktorrichtung in den beiden Inversionswänden sich im gleichen Drehsinn bewegt. Dieser Umwandlungsprozeß in die zum äquivalenten Winkel $360^\circ - \Theta$ gehörige Deformation vollzieht sich, verglichen mit der Wanderung der Inversionswände bei zunehmendem Orientierungswinkel immer schneller, so daß oberhalb von $\Theta \approx 210^\circ$ keine Wanderung mehr beobachtet werden kann. Insbesondere lassen sich aus diesem Grunde auch keine mehrfachen Inversionswände durch Drehung der Feldrichtung um 360° erzeugen.

7. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die Zerfallsmechanismen eines speziellen Typs von Inversionswänden untersucht, die durch Drehung eines angelegten Magnetfeldes in nematischen flüssigen Kristallen erzeugt werden. Den experimentellen Ergebnissen zufolge lassen sich vier verschiedene Zerfallsmechanismen angeben.

1. Bei Drehwinkeln Θ in einem Bereich um 180° und mittleren Magnetfeldstärken tritt eine Wanderung der Inversionswände in Richtung zur Probenmitte hin auf, wo eine schnelle gegenseitige Vernichtung stattfindet.
2. Bei Orientierungswinkeln wenig über 90° und geringen Feldstärken bilden sich keine Inversionswände aus. Die instabile Deformation zerfällt durch eine fast gleichmäßige Rückdrehung des Direktors in der gesamten Probe.
3. Bei Drehwinkeln über 180° tritt eine räumliche Drehung der Deformation um die Magnetfeldrichtung auf und es entsteht die zum äquivalenten Orientierungswinkel $360^\circ - \Theta$ gehörige Deformation.
4. Allen diesen Mechanismen ist ein Zerfall der Deformation vom seitlichen Probenrand her überlagert, der durch das Vordringen der zum äquivalenten Magnetfeldwinkel $\Theta - 180^\circ$ gehörigen stabilen Deformation verursacht wird.

Wie die durchgeführten Untersuchungen zeigen, läßt sich die Dynamik der Direktorbewegung unter Einschluß der induzierten Flüssigkeitsströmung bei den ersten beiden Fällen befriedigend mit einem auf den hydrodynamischen Grundgleichungen von Leslie⁵ und Ericksen⁶ beruhenden numerischen Verfahren beschreiben. Sowohl der Verlauf der experimentell beobachteten elektrischen Leitfähigkeit als auch die Zeitdauer der Wanderung der Inversionswände kann mit den an derselben Probe bestimmten Elastizitätskoeffizienten und mit den aus der Literatur bekannten Viskositätskoeffizienten des MBBA gut vorausgesagt werden. Als einziger Para-

meter wird der anisotrope Teil der magnetischen Suszeptibilität χ_a angepaßt. Die Anpassung ist bei kleinem Einfluß des backflows bezüglich der Direktorbewegung äquivalent einer Variation von γ_1 , wenn das hier experimentell bestimmte Verhältnis der Elastizitätskoeffizienten zur magnetischen Suszeptibilitätsanisotropie konstant gehalten wird. Der sich bei der Untersuchungstemperatur von 25°C ergebende Wert von $\chi_a = 1,29 \cdot 10^{-7}$ stimmt mit den von Sigaud und Gasparoux²² ($\chi_a = 1,30 \cdot 10^{-7}$), Haller¹⁶ ($\chi_a = 1,31 \cdot 10^{-7}$) sowie Heppke und Schneider²³ ($\chi_a = 1,27 \cdot 10^{-7}$) auf gleiche reduzierte Temperatur umgerechneten Werten gut überein.

Die unter Punkt 3 und 4 beschriebenen Zerfallsmechanismen lassen sich durch die angegebene Theorie nicht beschreiben, da entgegen den Voraussetzungen einerseits der Direktor aus der von der Magnetfeldrichtung und der Flächennormalen gebildeten Ebene heraustritt und andererseits eine Ortsabhängigkeit in der Schichtebene zu berücksichtigen ist. Die Aufstellung von Kriterien für das Auftreten des räumlichen Zerfalls bedarf weiterer Untersuchungen. Weiterhin sollte es interessant sein, die Wanderungsgeschwindigkeit der beim Zerfall vom seitlichen Probenrand auftretenden singulären Linien optisch zu ermitteln und mit den angegebenen Abschätzungen zu vergleichen.

Das beschriebene numerische Verfahren sollte auch die Beschreibung der zeitlichen Abhängigkeit der Deformation beim Ein- und Ausschalten magnetischer Felder ermöglichen. Darüber hinaus ist zu prüfen, ob eine Erweiterung des Verfahrens auf den Fall elektrischer Felder möglich ist, so daß auch elektrooptische Effekte behandelt werden können.

- ¹ W. Helfrich, Phys. Rev. Letters **21**, 1518 [1968].
- ² G. Heppke u. F. Schneider, Z. Naturforsch. **28a**, 1044 [1973].
- ³ C. M. Dafermos, SIAM J. Appl. Math. **16**, 1305 [1968].
- ⁴ G. Heppke u. F. Schneider, Z. Naturforsch. **29a**, 310 [1974].
- ⁵ F. M. Leslie, Arch. Ratl. Mech. Anal. **28**, 265 [1968].
- ⁶ J. L. Ericksen, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **7**, 153 [1969].
- ⁷ F. Brochard, P. Pieranski u. E. Guyon, Phys. Rev. Letters **28**, 1681 [1972].
- ⁸ P. Pieranski, F. Brochard u. E. Guyon, J. Physique **34**, 35 [1973].
- ⁹ P. A. Penz u. G. W. Ford, Phys. Rev. A **6**, 1676 [1972].
- ¹⁰ P. G. de Gennes, J. Physique **32**, 789 [1971].
- ¹¹ F. Brochard, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **23**, 51 [1973].
- ¹² F. Schneider, Z. Naturforsch. **28a**, 1660 [1973].
- ¹³ Orsay-Gruppe, J. Chem. Phys. **51**, 816 [1969].
- ¹⁴ O. Parodi, J. Physique **31**, 581 [1970].
- ¹⁵ G. Heppke, W. E. Montserrat Benavent u. F. Schneider, Z. Naturforsch. **29a**, 728 [1974].
- ¹⁶ I. Haller, J. Chem. Phys. **57**, 1400 [1972].
- ¹⁷ Ch. Gähwiller, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **20**, 301 [1973].
- ¹⁸ L. Léger, Solid State Comm. **10**, 697 [1972].
- ¹⁹ L. Léger, Solid State Comm. **11**, 1499 [1972].
- ²⁰ F. C. Frank, Disc. Faraday Soc. **25**, 19 [1958].
- ²¹ J. Nehring u. A. Saupe, J. Chem. Soc. Faraday Trans. II **68**, 1 [1972].
- ²² G. Sigaud u. H. Gasparoux, J. Chim. Physique **70**, 699 [1973].
- ²³ G. Heppke u. F. Schneider, Z. Naturforsch. **28a**, 994 [1973].